

25.00.29  
УДК 556.5

ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Закинян Р.Г.,  
Закинян А.Р.

Северо-Кавказский федеральный университет,  
г. Ставрополь, Россия (zakinyan.a.r@mail.ru)

## **АНАЛИЗ КРУПНОМАСШТАБНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА**

Введение:

общее описание круговорота воды в природе или гидрологического цикла, состоящего из испарения, конденсации и осадков, слишком просто, чтобы объяснить высокую степень сложности вовлеченных явлений. Несколько физических процессов вносят существенный вклад в определение окончательного баланса (или локального дисбаланса), например, перенос водяного пара, сублимация, поверхностный сток, влажность почвы, инфильтрация, перколяция, поглощение растений и поток подземных вод.

Облака и осадки, наряду с массовым обменом водяным паром, играют существенную роль в изменчивости климата как на глобальном, так и на региональном уровнях. Они влияют не только на климат, но и на погоду всех масштабов и определяют наличие воды.

Материалы и методы исследований:

круговорот воды в природе является наиболее важным физическим механизмом, обеспечивающим существование жизни на Земле. Его компоненты охватывают атмосферу, сушу и океаны. Цикл состоит из испарения, сублимации, переноса водяного пара, конденсации, осадков, стока, инфильтрации и просачивания, потока подземных вод и поглощения растений. Для правильного баланса глобального водного цикла необходимы наблюдения для всех этих процессов с глобальной точки зрения. В частности, осадки требуют постоянного мониторинга, поскольку они являются наиболее важным компонентом цикла, особенно в условиях изменяющихся климатических характеристик. Пассивные и активные датчики на борту метеорологических спутников и спутников окружающей среды теперь предоставляют достаточно полные данные, которые позволяют лучше измерять осадки из космоса, чтобы улучшить наше понимание ускорения / замедления цикла в текущих и прогнозируемых климатических условиях.

Результаты исследований и их обсуждение:

целью данной статьи является создание современной картины текущего состояния наблюдений за осадками из космоса с перспективой на ближайшее будущее спутниковой группировки, приложений для моделирования и управления водными ресурсами. В частности, в настоящее время проблема прогноза паводков является актуальной проблемой, как с научной, так и с практической точки зрения. Хотя в целом картина формирования паводков ясна и понятно, что они в основном определяются интенсивностью и продолжительностью осадков над бассейном реки, но математического подхода, в рамках которого можно было спрогнозировать для конкретного бассейна момент наступления паводков с достаточной заблаговременностью, все еще нет. Это связано с наличием множества взаимозависимых факторов, влияющих на накопление влаги в бассейне реки. Поэтому любая автоматизированная система прогноза паводка должна опираться на данные дистанционного зондирования Земли из космоса.

Выводы:

в работе получена новая математическая модель паводков с распределенными параметрами. Показано, что предложенная математическая модель описывает режим с обострением. Это значит, что за конечное время количество влаги в почве стремится к бесконечности.

Ключевые слова:

круговорот воды; гидрологический цикл; атмосферные осадки; водные ресурсы; изменение климата; спутниковое; дистанционное зондирование, бассейн реки, приток, сток, паводок, водосбор, подземные воды.

Zakinyan R.G.,  
Zakinyan A.R.

North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russia  
zakinyan.a.r@mail.ru

## **Analysis of Large-Scale Circulation of the Atmosphere by Data of Remote Sensing of the Earth from Space**

- Introduction:** a general description of the water cycle in nature or the hydrological cycle, consisting of evaporation, condensation and precipitation, is too simple to explain the high degree of complexity of the phenomena involved. Several physical processes contribute significantly to determining the final balance (or local imbalance), for example, water vapor transport, sublimation, surface runoff, soil moisture, infiltration, percolation, plant absorption, and groundwater flow. Clouds and precipitation, along with the massive exchange of water vapor, play a significant role in climate variability, both globally and regionally. They affect not only the climate, but also the weather of all scales and determine the availability of water.
- Materials and methods of the research:** the water cycle in nature is the most important physical mechanism that ensures the existence of life on Earth. Its components cover the atmosphere, land and oceans. The cycle consists of evaporation, sublimation, water vapor transfer, condensation, precipitation, runoff, infiltration and seepage, groundwater flow and absorption of plants. For the correct balance of the global water cycle, observations are necessary for all these processes from a global point of view. In particular, precipitation requires constant monitoring, as it is the most important component of the cycle, especially in conditions of changing climatic characteristics. Passive and active sensors aboard meteorological and environmental satellites now provide sufficiently comprehensive data that allows better measurements of precipitation from space to improve our understanding of cycle acceleration / deceleration in current and predicted climatic conditions.
- The results of the study and their discussion:** the purpose of this article is to create a modern picture of the current state of observations of precipitation from space with the prospect for the near future of a satellite constellation, applications for modeling and water resources management. In particular, at present the problem of flood forecasting is an urgent problem, both from a scientific and from a practical point of view. Although the overall picture of the formation of floods is clear and understandable that they are mainly determined by the intensity and duration of precipitation over the river basin, there is still no mathematical approach in which it was possible to predict the time of the onset of floods with a sufficient lead time. This is due to the presence of many interdependent factors affecting the accumulation of moisture in the river basin. Therefore, any automated flood forecasting system should rely on Earth remote sensing data from space.
- Conclusions:** a new mathematical model of floods with distributed parameters is obtained. It is shown that the proposed mathematical model describes an aggravated regime. This means that over a finite time, the amount of moisture in the soil tends to infinity.
- Keywords:** water cycle; hydrological cycle; precipitation; water resources; climate change; satellite; remote sensing, river basin, inflow, drain, flood, reservoir, underground waters.

### Введение

Общее описание круговорота воды в природе или гидрологического цикла, состоящего из испарения, конденсации и осадков, слишком просто, чтобы объяснить высокую степень сложности вовлеченных явлений. Несколько физических процессов вносят существенный вклад в определение окончательного баланса (или локального дисбаланса), например, перенос водяного пара, сублимация, поверхностный сток, влажность почвы, инфильтрация, перколяция, поглощение растений и поток подземных вод [Schneider et al, 2017; Oki and Kanae, 2006; Trenberth et al, 2007], как показано на рисунке 1. Кроме того, испарение происходит не только с поверхности водоемов, но также из облаков и падающих осадков. Однако в этом описании полностью упускается из виду еще один элемент: влияние человека, ключевой фактор, если мы хотим количественно оценить изменения в круговороте воды в меняющемся современном климате [Abbott et al, 2019].

Процессы, лежащие в основе системы суша-атмосфера-океан, строго взаимосвязаны, поэтому изменения в одной из них будут вызывать изменения и обратную связь с другими [Denman et al, 2007]. Межправительственная группа экспертов по изменению климата (МГЭИК) стремится количественно оценить изменения, вызванные человеческими и / или естественными причинами. Такое количественное определение является очень сложным и требует адекватных наблюдений и моделирования, поскольку полная и удовлетворительная оценка изменения климата не может быть достигнута без глубокого понимания изменчивости климата, которое еще не достигнуто всесторонне, несмотря на существенный прогресс, достигнутый в последние несколько десятилетий. Глобальные климатические факторы оказывают прямое или косвенное влияние на баланс между поступающим солнечным коротковолновым излучением (КВ) и уходящим длинноволновым излучением (ДВ). Таким образом, правильное понимание глобальных изменений климата не может быть достигнуто без знания того, как энергия распределяется и обменивается в атмосфере Земли, океане, земле и снегу [Trenberth et al, 2009; Loeb et al, 2009].

В частности, было высказано предположение, что термодинамика способствует увеличению общего количества осадков при потеплении поверхности со скоростью около  $1,5\% \text{ K}^{-1}$ ; будет ли глобальное количество осадков увеличиваться со скоростью ближе к 1 или даже к  $3\% \text{ K}^{-1}$ , будет зависеть от радиационных изменений [Siler et al, 2019].

Облака и осадки, наряду с массовым обменом водяным паром, играют существенную роль в изменчивости климата как на глобальном, так и на региональном уровнях. Они влияют не только на климат, но и на погоду всех масштабов и определяют наличие воды. Времен-

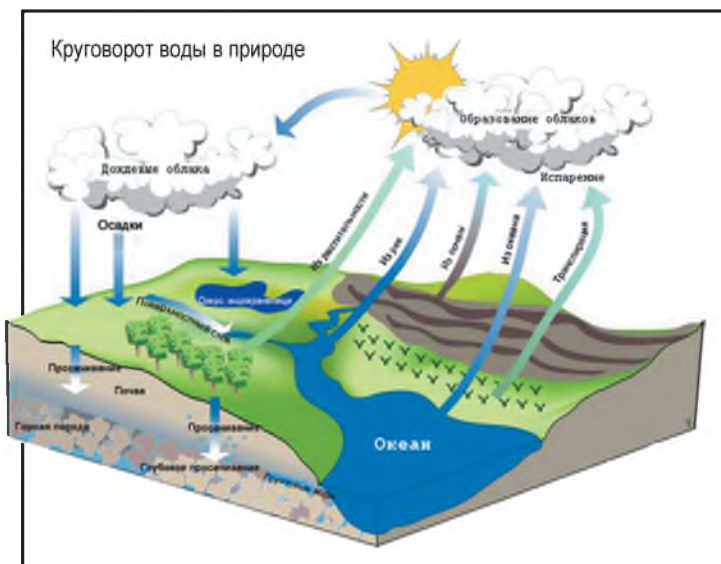


Рис. 1. Гидрологический цикл и его компоненты.  
Fig. 1 . Hydrological cycle and its components.

ные масштабы от процессов погоды до процессов изменения климата очень широки и охватывают различные явления, показанные на рисунке 2. Аэрозольные частицы, выделяемые в результате деятельности человека, могут также вызывать образование облаков, которые менее эффективны при выделении осадков, что приводит к ослаблению гидрологического цикла [Ramanathan et al, 2001].

Растительный покров в значительной степени связан с разделением водного баланса. Изменения в лесном покрове (особенно в тропиках) могут оказывать кратковременное и долгосрочное влияние на это разделение [Mercado-Bettín et al, 2019; Vergopolan and Fisher, 2016]. Похоже, что переходы от леса к саванне из-за уменьшения количества осадков в будущем более вероятны в регионах с более низкой изменчивостью осадков [Ciemer et al, 2019]. Более того, влияние лесов и лесопосадок на гидрологический цикл в настоящее время признается фундаментальным в районах, подверженных эрозии и наводнениям, а также в районах, нуждающихся в адекватном управлении водоснабжением [Bonnesoeur et al, 2019]. Взаимодействие лесов и воды в настоящее время признано потенциально позитивным воздействием на запас и чистоту имеющихся водных ресурсов, на межконтинентальный перенос атмосферной влаги, на охлаждение земных поверхностей, на ин-

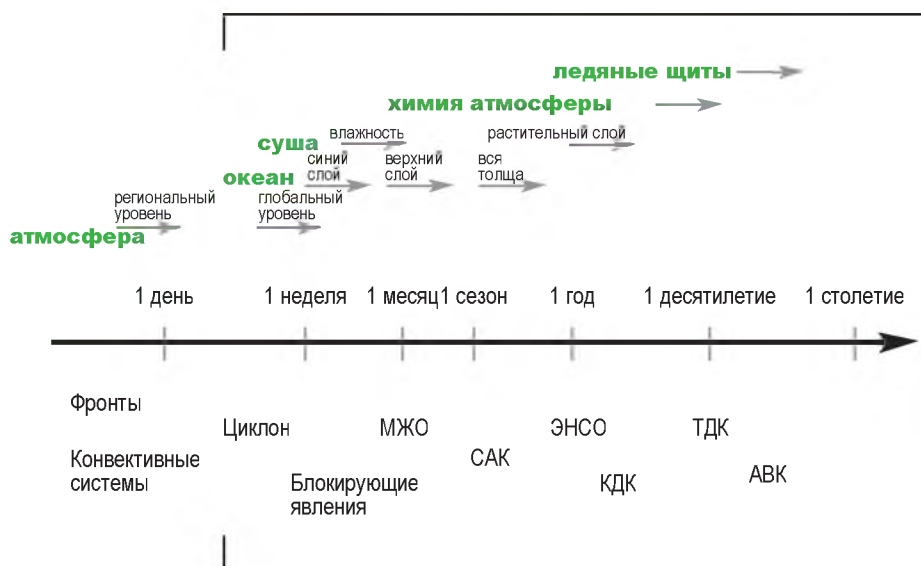


Рис. 2. Временные масштабы погодно-климатических процессов.  
Fig. 2. The time scales of weather and climate processes.

фильтрацию и пополнение подземных вод, на смягчение паводков и на многие другие процессы [Ellison, 2018, Ellison et al, 2015]. Наземные и водные экосистемы подвержены внешнему влиянию и влиянию климата во многих отношениях; таким образом, механизмы изменения климата могут влиять на биоразнообразие, структуру и функции экосистем [Häder and Barnes, 2019]. Отметим также, что глобальный круговорот воды также мог сыграть решающую роль в истории Земли, циркулируя поверхностные воды в глубокой мантии и снова возвращаясь к поверхности [Korenaga et al, 2017].

Пересмотр водной планетарной границы важен, если мы рассмотрим, как климат и живые экосистемы реагируют на изменения в различных формах воды на Земле: атмосферная вода, влажность почвы, грунтовые воды и замерзшая вода, а также поверхностные воды [Gleeson et al, 2019]. Водный цикл, в действительности, представляет собой систему, связанную с человеком и водой, и, таким образом, гидрология все чаще вынуждена решать возникающие социально-гидрологические проблемы [Konar et al, 2019] в разных масштабах и в разных местах, если она хочет разработать инструменты для прогнозирования будущих траекторий поведения системы в условиях меняющихся гидроклиматических и / или социально-экономических усло-

вий [Roobavannan et al, 2017]. Это включает в себя концепцию виртуальной воды, которая была вызвана глобализацией сельского хозяйства и торговли [D'Odorico et al, 2019] и использованием тесных связей между экогидрологическими процессами и экосистемными услугами, связанными с водой [Sun, 2017]. Недавние исследования показали, что люди изменяют глобальный круговорот воды, создавая водный кризис для миллиардов людей и многих экосистем во всем мире [Abbott et al, 2019; Abbott et al, 2019]. Тем не менее, такое влияние в основном отсутствует в современных изображениях и представлениях о круговороте воды.

Основные проблемы связаны со сбором достаточных знаний об экологических системах для выявления экстремальных экологических реакций и отнесения экстремальных климатических явлений к факторам экстремальных экологических реакций, определенных как экстремальные климатические явления [Smith, 2011]. Следовательно, современная гидрология претерпевает глубокие изменения, становится наукой о системе Земли и принимает новые целостные подходы, в отличие от физических подходов, основанных на механике жидкости в прошлом [Sivapalan, 2018]. Фактически, как Abbott и др. [Abbott et al, 2019] указывают на то, что перспектива гидродинамики гидрологических наук, принятая до сих пор, породила большое понимание, но не смогла защитить экосистемы. Гидрологические, геоморфологические, экологические и педологические процессы, каждый из которых работает с разной скоростью, все больше исследуются для достижения этой цели. Новые вопросы задаются о городской части круговорота воды [Marsalek et al, 2008] и о роли растительного покрова и связанных с ним экогидрологических процессов в смягчении так называемого городского сухого острова и поддержании стабильной окружающей среды при планировании массовой урбанизации [Hao et al, 2018]. Эти проблемы ставят под сомнение наши возможности моделирования ввиду использования результатов моделирования в качестве инструментов принятия решений [Peña-Guzmán et al, 2017].

Таким образом, необходимы более точные наблюдения и модели для количественной оценки компонентов круговорота воды и определения их изменений, в частности ускорений и замедлений в глобальном и региональном масштабах. Другими словами, улучшенные наблюдения, модели и системы усвоения данных помогут закрыть научные пробелы в понимании хранения воды в климатической системе, потоках и пространственно-временной изменчивости [Lahoz and De Lannoy, 2014] и проложат путь к улучшению предсказания гидрологических характеристик [Lettenmaier, 2017]. Современные датчики на спутниковых платформах способны наблюдать за некоторыми ком-

понентами круговорота воды, предлагая впервые количественную картину механизмов, которые являются взаимосвязанными и часто очень сложными по своей природе.

Осадки являются одной из климатических переменных, которые значительно выигрывают от спутниковых наблюдений. Они являются фундаментальным компонентом круговорота воды, и их интенсивность, продолжительность, частота и фаза одинаково важны для общего количества воды [Levizziani. and Cattani, 2019]. Реакция характеристик осадков на глобальное потепление является ключевой темой исследования из-за их влияния на критическое состояние, из-за увеличения сухих и влажных экстремальных явлений и изменений межгодовой изменчивости, что сказывается на предсказуемости явлений осадков [Levizziani. and Cattani, 2019]. Лучшее понимание этого отклика, в свою очередь, обеспечит обратную связь с фундаментальным поведением осадков, особенно в тропиках [Levizziani. and Cattani, 2019], и поможет подтвердить термодинамические и динамические механизмы интенсификации гидрологического цикла, что было предложено в модели [Levizziani. and Cattani, 2019].

Обзор текущего состояния дистанционного зондирования осадков представлен в этом документе; он стремится выявить некоторые из наиболее очевидных пробелов с точки зрения будущих спутниковых исследований. В разделе 2 представлен обзор наблюдений и моделирования круговорота воды. В разделе 3 дается описание предложенной нами модели паводков.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

С точки зрения водного баланса поверхности суши цикл можно описать как

$$\frac{dS}{dt} = P - E - Q, \quad (1)$$

где  $P$  – количество осадков (интенсивность),  
 $E$  – суммарное испарение (в единицу времени),  
 $Q$  – сток (в единицу времени) и общее накопление  $S$  (например, над речным бассейном).

В действительности,  $Q$  является составным термином, причем наиболее важными компонентами являются эквивалент снежной воды, влажность почвы, поверхностные воды (озера, водно-болотные угодья, водохранилища, реки) и подземные воды, с отдельным упоминанием ледников и ледниковых щитов. Эта простая модель говорит нам, что расхождение атмосферной влаги в основном компенси-

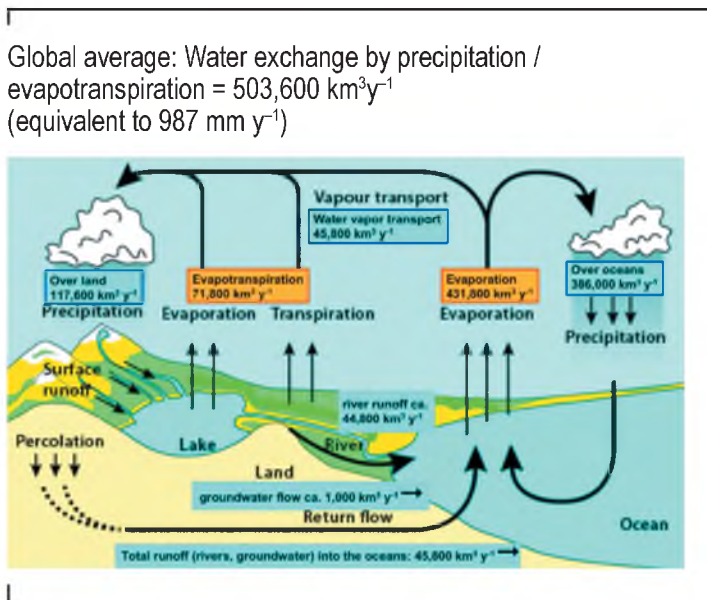


Рис. 3.

Средний водный транспорт / обмен в  $\text{km}^3$  в год.Fig. 3. Average water transport / exchange in  $\text{km}^3$  per year.

руется суммарным испарением и осадками, поскольку изменения в накоплении атмосферной влаги незначительны. На поверхности ( $P - E$ ) уравнивается поверхностным и подповерхностным стоком и изменениями влажности почвы и грунтовых вод.

Оценки глобального водного баланса и его годового цикла с использованием наблюдений и модельных данных представлены в литературе [Levizziani, and Cattani, 2019], а также показана оценка, основанная на недавней климатологии, проведенной Центром Глобальной Климатологии Осадков, на рисунке 3. Обратите внимание на доминирующую роль осадков над землей, но особенно над океанами.

### Наблюдения

Исследование различных климатических процессов требует внедрения и обслуживания сложной системы наблюдения с наземными, воздушными и космическими компонентами (рис. 4). Большинство датчиков уже установлены для метеорологии, гидрологии и климатологии, что подтверждается Системой Наблюдений, Анализа и Обзора (OSCAR, <https://www.wmo-sat.info/oscar/>), являющейся инструментом Всемирной Метеорологической Организации (ВМО), который



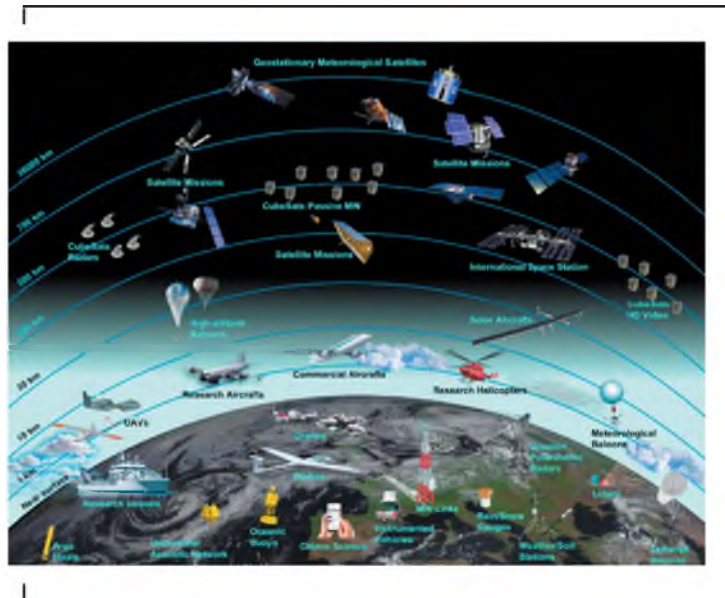


Рис. 4.

Глобальная система наблюдения за круговоротом воды.  
Fig. 4. Global system for monitoring the water cycle.

определяет требования к наблюдению физических переменных. Глобальная Система Наблюдений за Климатом (GCOS, <https://gcos.wmo.int/en/home>) поддерживает определения и потребности в наблюдениях [Levizziani. and Cattani, 2019] основных климатических переменных, необходимые для систематического наблюдения за изменениями климата Земли. Наземные наблюдения производят наборы данных для оценки изменений в гидрологическом цикле и для определения тенденций [Levizziani. and Cattani, 2019], но это происходит только в ограниченных районах мира, где сети наблюдений достаточно плотны и обеспечивают адекватные стандарты качества.

### Результаты исследований и их обсуждение

На наш взгляд, слабой стороной существующих математических моделей паводков является то, что они носят «накопительный» характер. Мы же рассматриваем паводок, как качественно новое состояние бассейна, как катастрофу. Поэтому нами в настоящей работе предлагается математическая модель паводков, в которой процесс накопления влаги рассматривается, как «режим с обострением».

### Математическая модель с сосредоточенными параметрами

Начнем с анализа модели *HBV*. Эта модель, разработанная Бергстрёмом [Bergström, 1992, 1995] в Шведском метеорологическом и гидрологическом институте, представляет собой концептуальную модель водосбора, которая преобразует осадки, температуру воздуха и потенциальное суммарное испарение либо в снеготаяние, либо в сток или приток в водохранилище.

Модель описывает общий баланс воды следующим образом [Руководство, 2012]:

$$P - E - Q = \frac{d}{dt}(SP + SM + UZ + LZ + VL), \quad (2)$$

где  $P$  – осадки,  
 $E$  – суммарное испарение,  
 $Q$  – сток,  
 $SP$  – снежный покров,  
 $SM$  – влажность почвы,  
 $UZ$  – верхняя зона подземных вод,  
 $LZ$  – нижняя зона подземных вод и  
 $VL$  – объем озер.

В выражении (2) под  $P$  надо понимать не сами осадки, а интенсивность осадков. Соответственно,  $E$  – скорость испарения, а  $Q$  – скорость пополнения стока.

В действительности уравнение (2) выражает всего лишь баланс влаги. Оно не является кинематическим и не описывает динамику явления. Тем более, из него непосредственно не следует возникновение катастрофического явления, каковым являются паводки.

Немного видоизменив уравнение (2), можно свести его к виду, описывающему катастрофические явления. Действительно, так как в формуле (2) отражены основные составляющие баланса влаги, но можно предположить, что остались неизвестные нам составляющие баланса, то можно записать:

$$P - E - Q = A(SP + SM + UZ + LZ + VL)^\alpha, \quad (3)$$

где  $A$  и  $\alpha$  находятся статистическими методами по данным наблюдений.

Из (2) и (3) следует

$$\frac{d}{dt}(SP+SM+UZ+LZ+VL)=A(SP+SM+UZ+LZ+VL)^\alpha. \quad (4)$$

Уравнение (4) решается обычным способом. Мы для краткости изложения, согласно нашей основной концепции, остановим наше внимание только на одном, на наш взгляд важном параметре  $UZ$ . Тогда уравнение (4) запишется в виде:

$$\frac{dUZ}{dt} = AUZ^\alpha. \quad (5)$$

Решая это уравнение находим:

$$UZ^{\alpha-1} = \frac{1}{A(\alpha-1)(t_c-t)}, \quad (6)$$

где

$$t_c = \frac{1}{A(\alpha-1)UZ_0^{\alpha-1}}.$$

Запишем уравнение (6) в виде:

$$UZ = \frac{B}{(t_c-t)^{1/(\alpha-1)}}, \quad (7)$$

где

$$B = \frac{1}{[A(\alpha-1)]^{1/(\alpha-1)}}. \quad (8)$$

Как видно из формулы (7), когда время  $t = t_c$  запасы влаги в верхней зоне подземных вод  $UZ \rightarrow \infty$ . Поэтому время  $t_c$  – это время катастрофы. Термин катастрофа здесь применяется в широком смысле слова, как резкое увеличение искомой величины.

Конечно же, в реальности дело до бесконечности не доходит. Но так как мы создаем прогностическую модель, нам до катастрофы дело доводить не надо. Из предложенной модели можно получить следующую практическую рекомендацию. *Если в результате мониторинга статистическими методами по данным наблюдений мы получили в модели (3) значение параметра  $\alpha > 1$ , то катастрофа неизбежна.*

#### **Математическая модель с распределенными параметрами**

Выше мы анализировали модель с сосредоточенными параметрами, постоянными для всего водосбора. В математическом смысле в этом случае водосбор представляется материальной точ-

кой. Однако, имеются модели с распределенными параметрами. Они предназначены для более надежного описания природных гидрологических процессов и поэтому могут включать некоторые метеорологические переменные и параметры водосбора.

Однако потенциал распределенных, физически обоснованных моделей до сих пор используется лишь частично [Refsgaard and Abbott, 1996]. Это объясняется несколькими причинами. Модели с распределенными параметрами требуют большого количества данных, которые не всегда существуют или недоступны.

Европейская гидрологическая система [DHI, 1985] является примером модели с распределенными параметрами. Блок, описывающий процесс задержания осадков растительностью в этой модели, позволяет определять интенсивность изменения количества влаги, задержанной поверхностью растительного покрова. Согласно модели Руттера указанную закономерность можно представить в виде [Руководство, 2012]:

$$\frac{dc}{dt} = Q - K(c - S), \quad (9)$$

где  $c$  – слой воды, задержанной поверхностью растительного покрова;  
 $S$  – водоудерживающая способность растительного покрова;  
 $Q$  – интенсивность выпадения жидких осадков;  
 $K$  – фильтрационный параметр;  
 $t$  – время.

Найдем решение уравнения (9):

$$-\frac{1}{K} \frac{d[Q - K(c - S)]}{dt} = Q - K(c - S),$$

$$\frac{d[Q - K(c - S)]}{Q - K(c - S)} = -Kdt,$$

$$\ln[Q - K(c - S)] = -Kt + \text{const.}$$

Константу найдем из условия, что к началу наблюдения имелся начальный слой воды, задержанной поверхностью растительного покрова. Тогда

$$Q - K(c - S) = [Q - K(c_0 - S)]e^{-Kt}$$

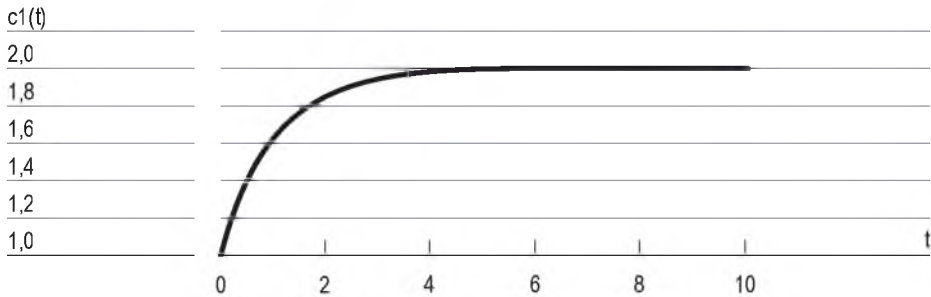


Рис. 5.

Изменение слоя воды, задержанной поверхностью растительного покрова, в модели Руттера [Руководство, 2012].

Fig. 5. Change in the water layer retained by the surface of the vegetation cover in the Rutter model [Guide, 2012].

$$Q(1 - e^{-Kt}) = K(c - c_0 e^{-Kt}) - KS(1 - e^{-Kt})$$

$$c = c_0 e^{-Kt} + \left(\frac{Q}{K} + S\right)(1 - e^{-Kt}). \quad (10)$$

Отсюда следует, что с увеличением времени  $t \rightarrow \infty$  слой воды, задержанной поверхностью растительного покрова, стремиться к предельному значению, равному:

$$c_{\max} = \frac{Q}{K} + S. \quad (11)$$

График зависимости (10) в условных единицах представлен на рисунке 5.

Как видно из проведенного анализа и рисунка модель Руттера не описывает катастрофу, в ней нет «режима обострения». Но в этой модели есть такое важное понятие, как водоудерживающая способность растительного покрова  $S$ , которая вместе с интенсивностью осадков и фильтрационными коэффициентами определяет максимальный слой воды, задержанной поверхностью растительного покрова  $c_{\max}$ .

Хотя в модели Руттера насыщение достигается за бесконечно большое время, она может быть полезна в практическом применении. Действительно, как только, согласно модели, слой воды приближается к состоянию насыщения и достигает порядка 80% от максимального значения, то ясно, что дополнительные осадки могут вызвать катастрофические явления.

В самом общем виде процесс накопления влаги может быть описан с помощью уравнения Ричардса [Руководство, 2012]:

$$c = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} + S, \quad (12)$$

где  $\psi$  – напор;  
 $t$  – переменная времени;  
 $z$  – вертикальная координата (положительное направление вверх);  
 $c = \frac{\partial \Theta}{\partial \psi}$  – влагоемкость почвы;  
 $\Theta$  – запас воды в почве;  
 $K$  – гидравлическая проводимость;  
 $S$  – источник и сток воды.

Как известно [Тихонов и Самарский, 1999], решение уравнения типа (12) зависит от начальных и граничных условий. А они, в свою очередь, могут быть установлены только экспериментально или из общих концептуальных соображений. Поэтому модель (2) также не описывает катастрофу или режим с обострением. Использование этой модели позволяет определить количество прибывшей влаги к уже имеющемуся объему воды. Продолжая процедуру накопления, человек сам определяет, является ли полученный уровень накопленной воды критическим или нет.

Предложенную выше нашу модель с сосредоточенными параметрами рассмотрим в рамках модели с распределенными параметрами. Изменение влагоемкости в почве опишем нелинейным уравнением диффузии, которое является следствием закона сохранения массы:

$$\frac{\partial UZ}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k_0 UZ^\sigma \frac{\partial UZ}{\partial z} \right), \quad (13)$$

где  $UZ$  – влагоемкость верхней зоны подземных вод. Здесь коэффициент фильтрации является функцией от влагоемкости:  $k = k_0 UZ^\sigma$ . Причем на границе  $z = 0$ , изменение этой величины описывается уравнением (7):

$$UZ(0, t) = \frac{B}{(t_c - t)^{1/(\alpha-1)}}. \quad (14)$$

Уравнение (13) с граничным условием (14) имеет решение [Тихонов и Самарский, 1999]:

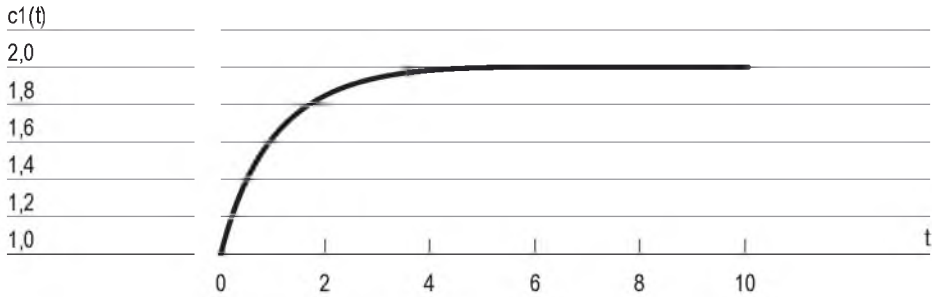


Рис. 6.

Локализация влаги в почве при режиме с обострением.

Fig. 6. Localization of moisture in the soil during the regime with exacerbation.

$$UZ(z, t) = \frac{B}{(t_c - t)^{1/(\alpha-1)}} f(\xi),$$

где  $\xi$  –

автомодельная переменная, равная

$$\xi = \frac{z}{k_0^{1/2} B^{\sigma/2} (t_c - t)^{\frac{\alpha-1-\sigma}{2(\alpha-1)}}}. \quad (15)$$

Из (15) вытекает, что это автомодельное решение удовлетворяет краевой задаче с граничным условием (14) и начальным условием:

$$UZ(z, 0) = \frac{B}{t_c^{1/(\alpha-1)}} f\left(\frac{z}{k_0^{1/2} B^{\sigma/2} t_c^{\frac{\alpha-1-\sigma}{2(\alpha-1)}}}\right). \quad (16)$$

В случае  $\sigma = \alpha - 1$  решение имеет вид:

$$UZ(z, t) = \begin{cases} \frac{B}{(t_c - t)^{1/(\alpha-1)}} \left(1 - \frac{z}{z_f}\right)^{2/(\alpha-1)}, & 0 \leq z \leq z_f, \\ 0, & z > z_f \end{cases} \quad (17)$$

$$z_f = \sqrt{\frac{2(\alpha + 1)}{\alpha - 1}} k_0 B^{\alpha-1}. \quad (18)$$

Из уравнения (17) следует, так называемый, *эффект локализации*. А именно, устанавливается такой режим притока и оттока влаги, что за конечное время  $t_c$  количество влаги стремится к бесконечности, но при этом граница перемещения влаги локализована в объеме  $z \leq z_f$ .

График распространения влаги вглубь почвы с течением времени представлен на рисунке 6.

Полученный выше результат можно сформулировать другими словами, а именно, когда имеет место режим с обострением, то приток влаги происходит намного быстрее оттока и влага не успевает уйти за определенную границу и происходит накопление (локализация) влаги, а это, в свою очередь, приводит к возникновению катастрофы, то есть к паводковым явлениям.

Для того чтобы указанную выше модель можно было реализовать на практике, необходима хорошая организация мониторинга бассейна реки.

### **ВЫВОДЫ**

1. Предложена математическая модель паводка, рассматривающая процесс накопления влаги в бассейне реки, как режим с обострением.
2. Организация мониторинга за режимом осадков над территорией бассейна реки позволит определить необходимые параметры модели, по которым можно определить время наступления катастрофы.

### **Благодарности:**

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части государственного задания (задание № 2014/216, проект 653) и гранта РФФИ, проект РФФИ № 18-33-00796.

### **Acknowledgments:**

This work was partially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation as part of the basic part of the state assignment (assignment No. 2014/216, project 653) and the RFBR grant, RFBR project No. 18-33-00796.



**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Schneider, U.; Finger, P.; Meyer-Christo\_er, A.; Rustemeier, E.; Ziese, M.; Becker, A. Evaluating the hydrological cycle over land using the newly-corrected precipitation climatology from the Global Precipitation Climatology Centre (GPCC). *Atmosphere* 2017, 8, 52.
2. Oki, T.; Kanae, S. Global hydrological cycles and world water resources. *Science* 2006, 313, 1068–1072.
3. Trenberth, K.E.; Smith, L.; Qian, T.; Dai, A.; Fasullo, J. Estimates of the global water budget and its annual cycle using observational and model data. *J. Hydrometeorol.* 2007, 8, 758–769.
4. Abbott, B.W.; Bishop, K.; Zarnetske, J.P.; Hannah, D.M.; Frei, R.J.; Minaudo, C.; Chapin, F.S., III; Krause, S.; Conner, L.; Ellison, D.; et al. A water cycle for the Anthropocene. *Hydrol. Proc.* 2019.
5. Denman, K.L.; Brasseur, G.; Chidthaisong, A.; Ciais, P.; Cox, P.M.; Dickinson, R.E.; Hauglustaine, D.; Heinze, C.; Holland, E.; Jacob, D.; et al. Couplings Between Changes in the Climate System and Biogeochemistry. In *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*; Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K.B., Tignor, M., Miller, H.L., Eds.; Cambridge Univ. Press: Cambridge, UK; New York, NY, USA, 2007. Available online: <https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/ar4-wg1-chapter7-1.pdf> (accessed on 28 August 2019).
6. Trenberth, K.E.; Fasullo, J.T.; Kiehl, J. Earth’s global energy budget. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 2009, 90, 311–324.
7. Loeb, N.G.; Wielicki, B.A.; Doelling, D.R.; Smith, G.L.; Keyes, D.F.; Kato, S.; Manalo-Smith, N.; Wong, T. Toward optimal closure of the Earth’s top-of-atmosphere radiation budget. *J. Clim.* 2009, 22, 748–766.
8. Siler, N.; Roe, G.H.; Armour, K.C.; Feldl, N. Revisiting the surface-energy-flux perspective on the sensitivity of global precipitation to climate change. *Clim. Dyn.* 2019, 53, 3983.
9. Ramanathan, V.; Crutzen, P.J.; Kiehl, J.T.; Rosenfeld, D. Aerosols, climate and the hydrological cycle. *Science* 2001, 294, 2119–2124.
10. Mercado-Bettin, D.; Salazar, J.F.; Villegas, J.C. Long-term water balance partitioning explained by physical and eco-

- logical characteristics in world river basins. *Echohydrology* 2019, 12, 2072.
11. Vergopolan, N.; Fisher, J.B. The impact of deforestation on the hydrological cycle in Amazonia as observed from remote sensing. *Int. J. Remote Sens.* 2016, 37, 5412–5430.
  12. Ciemer, C.; Boers, N.; Hirota, M.; Kurths, J.; Müller-Hansen, F.; Oliveira, R.S.; Winkelmann, R. Higher resilience to climatic disturbances in tropical vegetation exposed to more variable rainfall. *Nat. Geosci.* 2019, 12, 174–179.
  13. Bonnesoeur, V.; Locatelli, B.; Guariguata, M.R.; Ochoa-Tocachi, B.F.; Vanacker, V.; Mao, Z.; Stokes, A.; Mathez-Stiefel, S.-L. Impacts of forests and forestation on hydrological services in the Andes: A systematic review. *For. Ecol. Manag.* 2019, 433, 569–584.
  14. Ellison, D. From Myth to Concept and Beyond—The BioGeo-Physical Revolution and the Forest-Water Paradigm; UNFF 13; UN: Geneva, Switzerland, 2018; p. 45.
  15. Ellison, D.; Morris, C.E.; Locatelli, B.; Sheil, D.; Cohen, J.; Murdiyarso, D.; Gutierrez, V.; van Noordwijk, M.; Creed, I.F.; Pokorny, J.; et al. Trees, forests and water: Cool insights for a hot world. *Glob. Environ. Chang.* 2017, 43, 51–61.
  16. Häder, D.-P.; Barnes, P.W. Comparing the impacts of climate change on the responses and linkages between terrestrial and aquatic ecosystems. *Sci. Total Environ.* 2019, 682, 239–246.
  17. Korenaga, J.; Planavsky, N.J.; Evans, D.A.D. Global water cycle and the coevolution of the Earth's interior and surface environment. *Philos. Trans. R. Soc. A* 2017, 375, 0393.
  18. Gleeson, T.; Zipper, S.C.; Erlandsson, L.W.; Porkka, M.; Jaramillo, F.; Gerten, D.; Fetzer, I.; Cornell, S.E.; Piomonte, L.; Gordon, L.; et al. The water planetary boundary: A roadmap to illuminate water cycle modifications in the Anthropocene. *Earth ArXiv* 2019.
  19. Konar, M.; Garcia, M.; Sanderson, M.R.; Yu, D.J.; Sivapalan, M. Expanding the scope and foundation of sociohydrology as the science of coupled human-water systems. *Water Resour. Res.* 2019, 55, 874–887.
  20. Roobavannan, M.; Kandasamy, J.; Pande, S.; Vigneswaran, S.; Sivapalan, M. Role of sectoral transformation in the evolution of water management norms in agricultural catchments: A sociohydrologic modeling analysis. *Water Resour. Res.* 2017, 53, 8344–8365.

21. D'Odorico, P.; Carr, J.; Dalin, C.; Dell'Angelo, J.; Konar, M.; Laio, F.; Ridolfi, L.; Rosa, L.; Suweis, S.; Tamea, S.; et al. Global virtual water trade and the hydrological cycle: Patterns, drivers, and socio-environmental impacts. *Environ. Res. Lett.* 2019, 14, 053001.
22. Sun, G.; Hallema, D.; Asbjornsen, H. Ecohydrological processes and ecosystem services in the Anthropocene: A review. *Ecol. Proc.* 2017, 6, 35.
23. Abbott, B.W.; Bishop, K.; Zarnetske, J.P.; Minaudo, C.; Chapin, F.S., III; Krause, S.; Hannah, D.M.; Conner, L.; Ellison, D.; Godsey, S.E.; et al. Human domination of the global water cycle absent from depictions and perceptions. *Nat. Geosci.* 2019, 12, 533–540.
24. Smith, M.D. The ecological role of climate extremes: Current understanding and future prospects. *J. Ecol.* 2011, 99, 651–655.
25. Sivapalan, M. From engineering hydrology to Earth system science: Milestones in the transformation of hydrologic science. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 2018, 22, 1665–1693.
26. Marsalek, J.; Jiménez-Cisneros, B.; Karamouz, M.; Malmquist, P.-A.; Goldenfum, J.; Chocat, B. *Urban Water Cycle Processes and Interactions*; UNESCO Water Series; Taylor & Francis: Leiden, The Netherlands, 2008; p. 152; ISBN 978-0415453462.
27. Hao, L.; Huang, X.; Qin, M.; Liu, Y.; Li, W.; Sun, G. Ecohydrological processes explain urban dry island effects in a wet region, Southern China. *Water Resour. Res.* 2018, 54, 6757–6771.
28. Peña-Guzmán, C.A.; Malgarejo, J.; Prats, D.; Torres, A.; Martínez, S. Urban water cycle simulation/management models: A review. *Water* 2017, 9, 285.
29. Lahoz, W.A.; De Lannoy, G.J.M. Closing the gaps in our knowledge of the hydrological cycle over land: Conceptual problems. *Surv. Geophys.* 2014, 35, 623–660.
30. Lettenmaier, D.P. Observational breakthroughs lead the way to improved hydrological predictions. *Water Resour. Res.* 2017, 53, 2591–2597.
31. Levizziani, V. and Cattani E. Satellite Remote Sensing of Precipitation and the Terrestrial Water Cycle in a Changing Climate. *Remote Sens.* 2019, 11, 2301; doi:10.3390/rs11192301
32. Руководство по гидрологической практике. Том II. Управление водными ресурсами и практика применения

- гидрологических методов. ВМО № 168. Шестое издание. 2012. 324 с.
33. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ. 6-е издание. 1999. 799 с.
  34. Bergström, S., 1992: The HBV model – its structure and applications. SMHI Reports RH, No. 4, Norrkping, Sweden.
  35. Bergström, S., 1995: The HBV model. In Singh, V.P. (ed): Computer Models of Watershed Hydrology, Water Resources Publications. Colorado, United States, 443, 476.
  36. DHI (Danish Hydraulic Institute), 1985: Introduction to the SHE-European Hydrologic System, Horsholm.
  37. Refsgaard, J.C. and Abbott, M.B. 1996: The role of distributed modeling in water resources management. In: M.B. Abbott and J. Ch. Refsgaard, (eds.), 1996: Distributed Hydrological Modeling, Water Science and Technology Library, Vol. 22, Kluwer, Dordrecht.

#### REFERENCES

1. Schneider, U.; Finger, P.; Meyer-Christofer, A.; Rustemeier, E.; Ziese, M.; Becker, A. Evaluating the hydrological cycle over land using the newly-corrected precipitation climatology from the Global Precipitation Climatology Centre (GPCC). Atmosphere 2017, 8, 52.
2. Oki, T.; Kanae, S. Global hydrological cycles and world water resources. Science 2006, 313, 1068–1072.
3. Trenberth, K.E.; Smith, L.; Qian, T.; Dai, A.; Fasullo, J. Estimates of the global water budget and its annual cycle using observational and model data. J. Hydrometeorol. 2007, 8, 758–769.
4. Abbott, B.W.; Bishop, K.; Zarnetske, J.P.; Hannah, D.M.; Frei, R.J.; Minaudo, C.; Chapin, F.S., III; Krause, S.; Conner, L.; Ellison, D.; et al. A water cycle for the Anthropocene. Hydrol. Proc. 2019.
5. Denman, K.L.; Brasseur, G.; Chidthaisong, A.; Ciais, P.; Cox, P.M.; Dickinson, R.E.; Hauglustaine, D.; Heinze, C.; Holland, E.; Jacob, D.; et al. Couplings Between Changes in the Climate System and Biogeochemistry. In Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change; Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt,

- K.B., Tignor, M., Miller, H.L., Eds.; Cambridge Univ. Press: Cambridge, UK; New York, NY, USA, 2007. Available online: <https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/ar4-wg1-chapter7-1.pdf> (accessed on 28 August 2019).
6. Trenberth, K.E.; Fasullo, J.T.; Kiehl, J. Earth's global energy budget. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 2009, 90, 311–324.
  7. Loeb, N.G.; Wielicki, B.A.; Doelling, D.R.; Smith, G.L.; Keyes, D.F.; Kato, S.; Manalo-Smith, N.; Wong, T. Toward optimal closure of the Earth's top-of-atmosphere radiation budget. *J. Clim.* 2009, 22, 748–766.
  8. Siler, N.; Roe, G.H.; Armour, K.C.; Feldl, N. Revisiting the surface-energy-flux perspective on the sensitivity of global precipitation to climate change. *Clim. Dyn.* 2019, 53, 3983.
  9. Ramanathan, V.; Crutzen, P.J.; Kiehl, J.T.; Rosenfeld, D. Aerosols, climate and the hydrological cycle. *Science* 2001, 294, 2119–2124.
  10. Mercado-Bettin, D.; Salazar, J.F.; Villegas, J.C. Long-term water balance partitioning explained by physical and ecological characteristics in world river basins. *Ecohydrology* 2019, 12, 2072.
  11. Vergopolan, N.; Fisher, J.B. The impact of deforestation on the hydrological cycle in Amazonia as observed from remote sensing. *Int. J. Remote Sens.* 2016, 37, 5412–5430.
  12. Ciemer, C.; Boers, N.; Hirota, M.; Kurths, J.; Müller-Hansen, F.; Oliveira, R.S.; Winkelmann, R. Higher resilience to climatic disturbances in tropical vegetation exposed to more variable rainfall. *Nat. Geosci.* 2019, 12, 174–179.
  13. Bonnesoeur, V.; Locatelli, B.; Guariguata, M.R.; Ochoa-Tocachi, B.F.; Vanacker, V.; Mao, Z.; Stokes, A.; Mathez-Stiefel, S.-L. Impacts of forests and forestation on hydrological services in the Andes: A systematic review. *For. Ecol. Manag.* 2019, 433, 569–584.
  14. Ellison, D. From Myth to Concept and Beyond—The BioGeoPhysical Revolution and the Forest-Water Paradigm; UNFF 13; UN: Geneva, Switzerland, 2018; p. 45.
  15. Ellison, D.; Morris, C.E.; Locatelli, B.; Sheil, D.; Cohen, J.; Murdiyarso, D.; Gutierrez, V.; van Noordwijk, M.; Creed, I.F.; Pokorny, J.; et al. Trees, forests and water: Cool insights for a hot world. *Glob. Environ. Chang.* 2017, 43, 51–61.
  16. Häder, D.-P.; Barnes, P.W. Comparing the impacts of climate change on the responses and linkages between terrestrial and

- aquatic ecosystems. *Sci. Total Environ.* 2019, 682, 239–246.
17. Korenaga, J.; Planavsky, N.J.; Evans, D.A.D. Global water cycle and the coevolution of the Earth's interior and surface environment. *Philos. Trans. R. Soc. A* 2017, 375, 0393.
  18. Gleeson, T.; Zipper, S.C.; Erlandsson, L.W.; Porkka, M.; Jaramillo, F.; Gerten, D.; Fetzer, I.; Cornell, S.E.; Piemontese, L.; Gordon, L.; et al. The water planetary boundary: A roadmap to illuminate water cycle modifications in the Anthropocene. *Earth ArXiv* 2019.
  19. Konar, M.; Garcia, M.; Sanderson, M.R.; Yu, D.J.; Sivapalan, M. Expanding the scope and foundation of sociohydrology as the science of coupled human-water systems. *Water Resour. Res.* 2019, 55, 874–887.
  20. Roobavannan, M.; Kandasamy, J.; Pande, S.; Vigneswaran, S.; Sivapalan, M. Role of sectoral transformation in the evolution of water management norms in agricultural catchments: A sociohydrologic modeling analysis. *Water Resour. Res.* 2017, 53, 8344–8365.
  21. D'Odorico, P.; Carr, J.; Dalin, C.; Dell'Angelo, J.; Konar, M.; Laio, F.; Ridolfi, L.; Rosa, L.; Suweis, S.; Tamea, S.; et al. Global virtual water trade and the hydrological cycle: Patterns, drivers, and socio-environmental impacts. *Environ. Res. Lett.* 2019, 14, 053001.
  22. Sun, G.; Hallema, D.; Asbjornsen, H. Ecohydrological processes and ecosystem services in the Anthropocene: A review. *Ecol. Proc.* 2017, 6, 35.
  23. Abbott, B.W.; Bishop, K.; Zarnetske, J.P.; Minaudo, C.; Chapin, F.S., III; Krause, S.; Hannah, D.M.; Conner, L.; Ellison, D.; Godsey, S.E.; et al. Human domination of the global water cycle absent from depictions and perceptions. *Nat. Geosci.* 2019, 12, 533–540.
  24. Smith, M.D. The ecological role of climate extremes: Current understanding and future prospects. *J. Ecol.* 2011, 99, 651–655.
  25. Sivapalan, M. From engineering hydrology to Earth system science: Milestones in the transformation of hydrologic science. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 2018, 22, 1665–1693.
  26. Marsalek, J.; Jimémez-Cisneros, B.; Karamouz, M.; Malmquist, P.-A.; Goldenfum, J.; Chocat, B. *Urban Water Cycle Processes and Interactions*; UNESCO Water Series; Taylor & Francis: Leiden, The Netherlands, 2008; p. 152; ISBN 978-0415453462.

27. Hao, L.; Huang, X.; Qin, M.; Liu, Y.; Li, W.; Sun, G. Ecohydrological processes explain urban dry island effects in a wet region, Southern China. *Water Resour. Res.* 2018, 54, 6757–6771.
28. Peña-Guzmán, C.A.; Malgarejo, J.; Prats, D.; Torres, A.; Martínez, S. Urban water cycle simulation/management models: A review. *Water* 2017, 9, 285.
29. Lahoz, W.A.; De Lannoy, G.J.M. Closing the gaps in our knowledge of the hydrological cycle over land: Conceptual problems. *Surv. Geophys.* 2014, 35, 623–660.
30. Lettenmaier, D.P. Observational breakthroughs lead the way to improved hydrological predictions. *Water Resour. Res.* 2017, 53, 2591–2597.
31. Levizziani, V. and Cattani E. Satellite Remote Sensing of Precipitation and the Terrestrial Water Cycle in a Changing Climate. *Remote Sens.* 2019, 11, 2301; doi:10.3390/rs11192301.
32. Guide to hydrological practice. Volume II Water management and hydrological practices. WMO No. 168. Sixth Edition. 2012. 332 p.
33. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. Equations of mathematical physics. M.: Publishing House of Moscow State University. 6th edition. 1999. 799 p.
34. Bergström, S., 1992: The HBV model – its structure and applications. SMHI Reports RH, No. 4, Norrkping, Sweden.
35. Bergström, S., 1995: The HBV model. In Singh, V.P. (ed): *Computer Models of Watershed Hydrology*, Water Resources Publications. Colorado, United States, 443, 476.
36. DHI (Danish Hydraulic Institute), 1985: *Introduction to the SHE-European Hydrologic System*, Horsholm.
37. Refsgaard, J.C. and Abbott, M.B. 1996: The role of distributed modeling in water resources management. In: M.B. Abbott and J. Ch. Refsgaard, (eds.), 1996: *Distributed Hydrological Modeling*, Water Science and Technology Library, Vol. 22, Kluwer, Dordrecht.

**Поступило в редакцию 18.05.2020,  
принята к публикации 01.06.2020**

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ**

- Закинян** Роберт Гургенович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общей и теоретической физики института математики и естественных наук Северо-Кавказского федерального университета. Область научных интересов – физика атмосферы. Автор более, чем 200 научных публикаций, включая учебные пособия, монографии.
- Закинян** Артур Робертович, доктор физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общей и теоретической физики института математики и естественных наук Северо-Кавказского федерального университета. Область научных интересов – физика конденсированного состояния, математическое моделирование физических процессов. Автор более, чем 140 научных публикаций, включая учебные пособия, монографии.

**About the authors**

- Zakinyan** Robert Gurgenovitch, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of General and Theoretical Physics of the Institute of Mathematics and Natural Sciences of the North Caucasus Federal University. The area of scientific interest is atmospheric physics. The author of more than 200 scientific publications, including textbooks, monographs.
- Zakinyan** Arthur Robertovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Assistant Professor, Department of General and Theoretical Physics, Institute of Mathematics and Natural Sciences, North Caucasus Federal University. The area of scientific interests is condensed matter physics, mathematical modeling of physical processes. The author of more than 140 scientific publications, including textbooks, monographs.