

25.00.30  
УДК 551.557.59

МЕТЕОРОЛОГИЯ, КЛИМАТОЛОГИЯ, АГРОМЕТЕОРОЛОГИЯ  
(ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ)

**Смерек Ю.Л.,  
Афанасьев И.С.,  
Закинян Р.Г.,  
Крупкин А.А.**

Северо-Кавказский федеральный университет,  
г. Ставрополь,  
Россия

## **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ СУХОГО ВОЗДУХА В АТМОСФЕРЕ**

DOI: 10.37493/2308-4758.2021.4.9

Введение.

Современное состояние вопросов, связанных с исследованием процессов динамики атмосферных явлений, носящих достаточно сложный многопараметрический характер, требует всестороннего подхода. Такое направление исследований определяется применением, наряду с аналитическим методом, численных методов получения решений рассматриваемых задач. Применение указанных методов позволяет получить решение поставленной задачи в общем виде, выраженного через определенные коэффициенты, нахождение которых, безусловно, требует наложения дополнительных условий. Однако применение численных методов позволяет в большей степени провести математический анализ полученных решений, а также поведение этих зависимостей при различных заданных параметрах, что в свою очередь позволяет сформировать целостное представление о динамике процессов при изменении тех или иных параметров.

Материалы и методы  
исследования.

Широкое применение на современном этапе исследований вопросов, связанных с атмосферными явлениями получили методы математического моделирования. Основу этих методов составляют уравнения, описывающие динамику воздуха, а также процессы переноса лучистой энергии, тепла и влаги в атмосфере. При построении краевой задачи динамики рассматриваемой среды необходимо задание граничных условий, определяющих область определения решаемой задачи, а также состояние системы на границах этой области. В работе решение исследуемой задачи проводится численными методами с использованием набора инструментов компьютерной программы Maple 2021. Также были получены уравнения траекторий и линий тока воздушной частицы и построены соответствующие графики.

Результаты исследования  
и их обсуждение.

В работе проводится исследование, а также математический и численный анализ математической модели динамики сухого воздуха при наличии малых возмущений давления в атмосфере, что приводит к нарушению стационарного состояния среды и возникновению конвективных движений. Основная задача проведенного исследования заключалась в нахождении общего вида решения

системы уравнений, описывающих динамику сухого воздуха без учета вязкости среды, получение уравнения траектории движения воздушной частицы, а также проведение качественного анализа вида полученных выражений при различных значениях постоянных интегрирования. Анализ полученных результатов позволяет получить численные значения критических постоянных, входящих как параметры в полученные уравнения траектории воздушной частицы, и отвечающих за возникновение конвективных движений рассматриваемой среды.

Выводы.

В данной работе с помощью математического пакета Maple 2021 получено общее решение задачи определения функции тока, описывающей движение воздушной частицы при возникновении возмущения давления в атмосфере, а также составляющих скорости движения в вертикальной плоскости. Проведен численный анализ полученных решений, характеризующих процессы переноса в среде. Получены в общем виде выражения для уравнения траекторий и линий тока воздушных частиц. При заданных значениях постоянных интегрирования, были графически представлены виды полученных зависимостей. Анализ графиков показывает, что при определенных условиях, связанных с некоторыми критическими значениями постоянных интегрирования, наблюдаются замкнутые криволинейные траектории движения. Отклонения от указанных значений данных постоянных в сторону больших или меньших значений приводят либо к не замкнутости траектории, либо к изменению формы и размера замкнутой ячейки.

Ключевые слова:

Конвекция сухого воздуха, возмущение параметров давления, плотности, температуры, уравнение Эйлера, уравнение теплопроводности.

**Smerek Yu.L.,  
Afanasief I.S.,  
Zakinyan R.G.,  
Krupkin A.A.**

North Caucasus Federal University,  
Stavropol,  
Russia

### **Numerical Analysis of the Conditions for the Occurrence of Free Convection of Dry air in the Atmosphere**

Introduction.

The current state of issues related to the study of the processes of dynamics of atmospheric phenomena, which are quite complex multiparameter in nature, requires a comprehensive approach. This direction of research is determined by the application, along with the analytical method, of numerical methods for obtaining solutions to the problems under consideration. The use of these methods allows you to get a solution to the problem in a general form, expressed through certain coefficients, the finding of which, of course, requires the imposition of additional conditions. However, the use of numerical methods allows

to a greater extent to conduct a mathematical analysis of the solutions obtained, as well as the behavior of these dependencies under various specified parameters, which in turn allows you to form a holistic view of the dynamics of processes when changing certain parameters.

**Materials and methods  
of the research.**

Methods of mathematical modeling of the processes of air particle movement. The basis of these methods are equations describing the dynamics of air, as well as the processes of transfer of radiant energy, heat and moisture in the atmosphere. When constructing the boundary problem of the dynamics of the environment under consideration, it is necessary to set boundary conditions that determine the scope of determining the problem to be solved, as well as the state of the system at the boundaries of this region. In the work, the solution of the problem under study is carried out by numerical methods using a set of tools of the computer program Maple 2021, which allows solving a system of partial differential equations of the second order. Also, using the numerical methods of the program, equations of trajectories and current lines of the air particle were obtained, as well as corresponding graphs were constructed.

**The results of the study and  
their discussion.**

The paper conducts a study, as well as a mathematical and numerical analysis of the mathematical model of dry air dynamics in the presence of small pressure perturbations in the atmosphere, which leads to a violation of the stationary state of the environment and the emergence of convection movements. The main task of the study was to find a general solution to the system of equations describing the dynamics of dry air without taking into account the viscosity of the medium, to obtain an equation of the trajectory of the air particle, as well as to conduct a qualitative analysis of the type of expressions obtained at different values of constant integration. The analysis of the obtained results allows to obtain numerical values of critical constants, included as parameters in the obtained equations of the trajectory of the air particle, and responsible for the occurrence of convective movements of the medium under consideration.

**Conclusions.** In this paper, using the mathematical package Maple 2021, a general solution of the problem of determining the current function describing the motion of an air particle when a pressure disturbance occurs in the atmosphere, as well as the components of the speed of movement in the vertical plane, is obtained. A numerical analysis of the obtained solutions characterizing the migration processes in the environment is carried out. The expressions for the equation of trajectories and current lines of air particles are obtained in general form. At the given values of constant integration, the types of the obtained dependencies were graphically presented. Analysis of graphs shows that under certain conditions associated with some critical values of constant integration, closed curvilinear trajectories of motion are observed. Deviations from the specified values of these constant data in the direction of greater or smaller values lead either to the non-closure of the trajectory, or to a change in the shape and size of the closed cell.

**Key words:**

Dry air convection, pressure disturbance, density disturbance, temperature disturbance, Euler's equation, heat equation.

## **Введение**

Динамика земной атмосферы в целом носит весьма сложный характер, значительную роль в атмосферных процессах выполняют конвективные движения, возникающие под воздействием широкого спектра метеорологических условий. Проблема гидродинамической устойчивости и условий возникновения конвекции решается на протяжении двух столетий.

В гидродинамике в основном изучаются два типа конвекции. Первый возникает при нагреве вязкой среды снизу; как только амплитуда нагрева превышает определенное критическое значение, среда самоорганизуется в систему отдельно вращающихся вихрей (конвективных ячеек). Это естественная конвекция или конвекция Рэлея – Бенара.

Второй тип конвекции, конвекция Хэдли, возникает из-за нагрева в горизонтальном направлении. В лабораторном эксперименте, в котором одна стенка вращающегося кольцевого канала нагревается, а другая охлаждается, двумерная ячейка развивается в радиально-вертикальной плоскости.

Очевидно, что в реальных атмосферных процессах в чистом виде не наблюдается того или иного типа конвекции, а исследование поставленной задачи усложняется многопараметричностью условий возникновения атмосферной конвекции.

В связи с этим, приобретает актуальность математическое исследование вопросов, связанных с процессами конвекции. А именно, постановка краевых задач и использование методов математического моделирования при различных краевых условиях, определяющих метеорологические характеристики возникающих конвективных процессов. Основу этих методов составляют уравнения, описывающие движение (динамику) воздуха, а также процессы переноса лучистой энергии, тепла и влаги в атмосфере [2].

## **Материалы и методы исследования**

Широкое применение на современном этапе исследований вопросов, связанных с атмосферными явлениями, получили методы математического моделирования движения воздушной частицы, в том числе и конвективных движений. Основу этих методов составляют уравнения, описывающие динамику воздуха,

а также процессы переноса лучистой энергии, тепла и влаги в атмосфере. При построении краевой задачи динамики рассматриваемой среды необходимо задание граничных условий, определяющих область определения решаемой задачи, а также состояние системы на границах этой области. В работе решение исследуемой задачи проводится численными методами с использованием набора инструментов компьютерной программы Maple 2021, которая позволяет решить систему дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка [4]. Также помощью численных методов программы были получены уравнения траекторий и линий тока воздушной частицы, а также построены соответствующие графики.

### Результаты исследований и их обсуждение

При описании тепловой конвекции воздуха в атмосфере вязкостью воздуха пренебрежем. Другими словами, воздух будем рассматривать как идеальную жидкость. Движение идеальной жидкости описывается уравнением Эйлера, записанного в инерциальной системе отсчета (без источника массы и учета вращения Земли) [5]:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_i} \nabla p + \mathbf{g}. \quad (1)$$

Используем также уравнение неразрывности (без источника массы)

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \mathbf{v}) = 0. \quad (2)$$

В работе проводится рассмотрение области определения, связанной с формированием конвекционного движения вблизи поверхности Земли, при условии, что можно пренебречь ее отклонением от плоской формы. То есть, при рассмотрении масштабов конвекционных процессов вблизи поверхности Земли мы пренебрегаем ее геоидальной формой.

Будем учитывать также, что в состоянии статики атмосферы температура меняется с высотой по линейному закону, и в цилиндрической системе координат может быть представлена выражением:

$$T_e(r, \varphi) = T_{eR} - \gamma r \cdot \cos \varphi,$$

$$T_{eR} = T_{e0} - \gamma R_0,$$

где  $T_{e0}$  – температура воздуха вблизи поверхности земли в некоторой точке отсчета в состоянии статики атмосферы.

Таким образом, в состоянии статики атмосферы горизонтальный градиент температуры равен нулю. Другими словами, наличие горизонтального градиента температуры всегда будет вызывать конвективное движение.

В декартовой двухмерной системе координат  $OXZ$  система уравнений, описывающая динамику конвекции, запишется в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

где  $u$  и  $w$  – составляющие вектора скорости  $\mathbf{v}$  по осям  $OX$  и  $OZ$  соответственно.

В возмущенном состоянии в общем случае для давления можно записать

$$p(x, z) = p_e(x, z) + p'(x, z), \quad (6)$$

т.е. в виде суммы давлений в состоянии статики и возмущения относительно него (будем считать, что возникшие возмущения сравнительно малы).

Рассмотрим установившееся (стационарное) движение среды, в котором в каждой точке пространства  $Oxz$  физические величины не зависят от времени:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = 0.$$

Также  $\rho$  не является функцией от времени  $t$ , то есть в каждой точке пространства  $Oxz$  значение плотности  $\rho$  является установившимся. Тогда можно ввести функцию тока  $\psi$ , которая связана с составляющими скоростей  $u$ ,  $w$ , исходя из уравнения (5), следующим образом:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (7)$$

$$w = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (8)$$

Здесь мы учли, что  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ .

Тогда стационарное движение жидкости (воздуха) задаётся следующей системой [7]:

$$\psi_z \psi_{zz} - \psi_x \psi_{zz} = -\frac{1}{\rho} p'_x, \quad (9)$$

$$-\psi_z \psi_{xx} + \psi_x \psi_{zx} = -\frac{1}{\rho} p'_z, \quad (10)$$

где  $\psi = \psi(x, z)$ ,  $\rho = \rho(x, z)$ ,  $p' = p'(x, z)$ .

В программе для математических вычислений Maple 2021 были рассмотрены некоторые частные случаи установившегося движения идеальной жидкости. Допустим, мы рассматриваем ограниченную поверхность идеальной жидкости (воздуха), в которой мы можем считать плотность  $\rho$  в произвольной точке равной среднему значению  $\langle \rho \rangle$  (например, водоём или приземный слой, в ко-

тором флуктуации малы), т.е. примем, что  $\rho = const$ . В ней возникают малые возмущения и спустя продолжительное время изучаются характеристики движущейся жидкости.

Рассмотрим случай, когда возмущение давления связано с периодической функцией:

$$p'(x, z) = A \sin(x) \sin(z). \quad (11)$$

Для случая возмущения давления, определяемого выражением (11) вид функции представлен на рисунке 1.

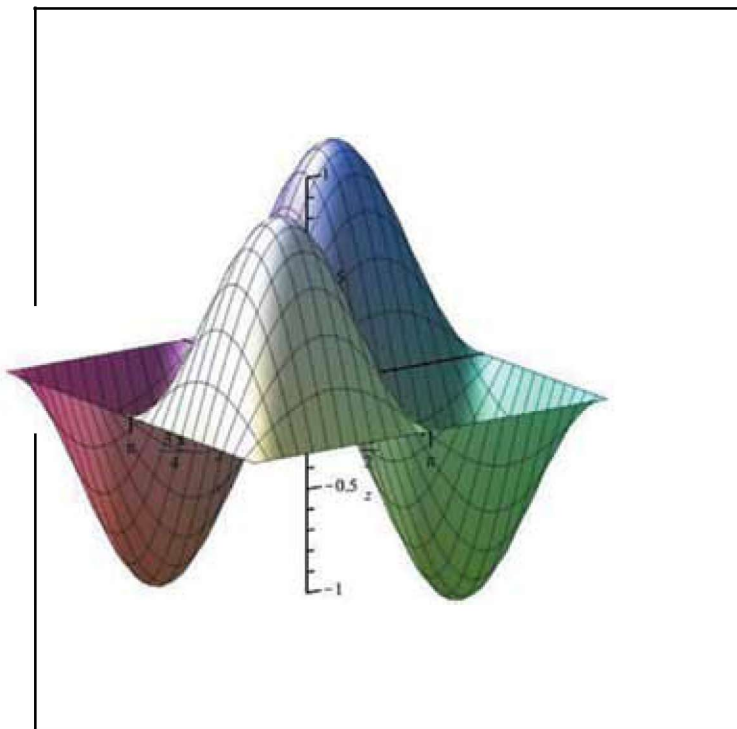


Рис. 1. Возмущение давление, определяемое функцией (11) в пределах  $x = -\pi.. \pi$ ,  $z = -\pi.. \pi$ .

Fig. 1. The pressure perturbation determined by the function (11) within  $x = -\pi.. \pi$ ,  $z = -\pi.. \pi$ .



В программе Maple 2021 находим решение системы дифференциальных уравнений в частных производных (9) – (10) и получаем выражения для функции тока и составляющих вектора скорости движения идеальной жидкости, присваивая возмущению давления, приведённые выше функциональные зависимости вида (11):

$$\psi = C_1 + C_2 \sin(x) - \frac{A \sin(z)}{C_2 \rho}, \quad (12)$$

$$u = -\frac{A \cos(z)}{C_2 \rho}, \quad (13)$$

$$w = -C_2 \cos(x). \quad (14)$$

Рассмотрим поле траекторий частиц для рассматриваемого стационарного случая. Для пространства  $Oxz$  уравнение траектории «воздушной частицы» имеет вид [3]:

$$\frac{dx}{u(x, z)} = \frac{dz}{w(x, z)}. \quad (15)$$

Таким образом, определим уравнение векторных линий поля скоростей. Подставляя выражения составляющих вектора скорости (13), (14) в (15), получаем дифференциальное уравнение:

$$z_x = \frac{C_2^2 \rho \cos(x)}{A \cos(z(x))}. \quad (16)$$

Решая дифференциальное уравнение, получим выражение, описывающее линии тока (или траекторию) для заданного стационарного поля:

$$C_3 = -\frac{C_2^2 \rho \sin(x) + A \sin(z)}{C_2^2 \rho}. \quad (17)$$

Можно предположить, что траектория движения частиц в данном поле задаётся наложением двух волн, фазовые характеристики которых определяются положением в плоскости  $Oxz$ . Амплитуда одной из них равна  $A/(C_2^2 \rho)$ , у другой мы примем её значение равной  $-1$ , то есть рассматривается две волны:

$$y_1 = -\sin(x); \quad (18)$$

$$y_2 = \frac{A \sin(z)}{C_2^2 \rho}; \quad (19)$$

$$y_1 + y_2 = C_3. \quad (20)$$

Для построения траектории частиц заданного поля, зададимся определенными значениями постоянных интегрирования.

В данной модели будем все время считать  $\rho = -1$  и  $A = 1$ . Рассмотрим случай, когда  $C_2$  также равна 1, то есть будем менять исключительно  $C_3$ , которая будет определять характерное поведение траектории частиц. Множество значений  $C_3$  задаёт все возможные конвективные ячейки при заданных параметрах  $C_2$  и  $\rho$ . Также стоит отметить, что амплитуды таких волн будут равными. Рассмотрим это на конкретных примерах.

Представим вид траекторий частиц, построенных при заданных произвольных положительных значениях коэффициента  $C_3$ , равного соответственно 0,1; 0,5; 0,9; 1,4 (рис. 2, а). В результате мы получаем заполненные ячейки, чередующиеся с пустыми. Можно показать, что пустые ячейки будут «отрицательными», а при  $C_3 = 0$  появляются прямые линии, разделяющие бесконечное множество конвективных ячеек. Для этого мы также задаем ряд констант  $C_3$ :  $-1$ ;  $-0,2$ ;  $0$ ;  $0,3$ ;  $1,4$ . При этом, цветные ячейки соответствуют области положительных значений, чёрные – отрицательным, а коричневые линии появляются при  $C_3 = 0$ . В результате мы получаем графически поле траекторий для рассматриваемых конвективных ячеек, в

центре которых они представляют собой эллипсы, вытянутые вдоль  $OX$  (рис. 2, б).

Проведенный анализ позволяет предположить, что  $C_3 > 0$ , когда амплитуда волны  $y_1$  больше  $y_2$  по модулю, и наоборот. Так как значения этих волн определяются положением частиц в плоскости  $OXZ$ , то в одних точках пространства образуются ячейки, для которых  $C_3 > 0$ , выше названные «положительными», в других же точках пространства  $y_1 + y_2 \leq 0$  (это следует из [20]), то есть образуются «отрицательные» ячейки.

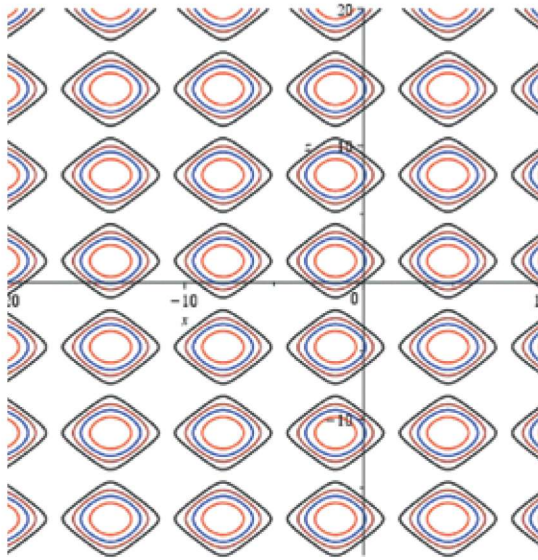
При равных амплитудах, которые рассматриваются в данном случае, все ячейки одинаковые и симметричные как при  $C_3 > 0$ , так и при  $C_3 < 0$ . Отличительным является лишь условие, когда  $C_3 = 0$ . При этом, все ячейки ограничены линейной зависимостью. Однако при  $C_3 = 0$  конвективных движений не наблюдается, то есть  $C_3 \neq 0$  – необходимое условие возникновения конвективных ячеек.

Следует отметить, что диапазон всех возможных значений  $C_3$  ограничен, так как по определению значение тригонометрической функции не может быть больше 1 по модулю. Соответственно, так как у нас рассматриваются волны единичной амплитуды, то диапазон всех значений  $C_3$  – от -2 до 2. При значениях  $C_3$ , близких к 0, траектория частиц переходит от эллиптической к *криволинейной*, максимально вытягиваясь; если же  $C_3$  стремится к предельно возможным значениям, то траектория сужается и в конце концов превращается в точку.

Соответственно, можно предположить, что если  $C_3 = 0$ , то мы наблюдаем свободное движение, в результате которого частицы выходят из конвективного потока. Траекторией движения будет ничем не ограниченная зигзагообразная произвольная линия. При рассмотрении случая, когда  $C_3$  достигает предельных значений, частицы колеблются вокруг одной точки. Соответственно, конвективные движения наблюдаются при значениях  $C_3 = \in (-2; 0) \cup (0; 2)$ , при  $C_3 = 0$  – свободное движение частиц.

Получим аналогично графики для такого же ряда чисел  $C_3$  при коэффициентах  $C_2 < 1$  и  $C_2 > 1$ . Основным ориентиром будет «нулевой» коэффициент, обозначенный на графиках коричневой линией. Так, при произвольном коэффициенте  $C_2 < 1$ , например, 0,85, про-

(a)



(б)

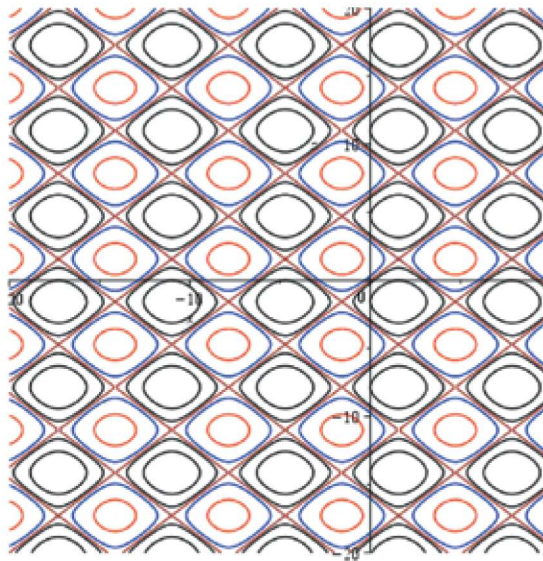


Рис. 2 (а, б).

Поле траекторий частиц при  $C_2 = 1$ : а)  $C_3$  принимает только положительные значения (0,1, 0,5, 0,9, 1,4); б)  $C_3$  принимает как положительные, так и отрицательные и нулевые значения (-1, -0,2, 0, 0,3, 1,4).

Fig. 2 (a, b). The field of particle trajectories at  $C_2 = 1$ : a)  $C_3$  takes only positive values (0.1, 0.5, 0.9, 1.4); b)  $C_3$  takes both positive and negative and zero values (-1, -0.2, 0, 0.3, 1.4).

исходит вытягивание ячеек вдоль оси  $OX$  (рис. 3). В результате происходит смазывание границ между ячейками, и коричневая линия становится ломаной кривой. Образуется множество горизонтальных уровней, разделённых этими линиями. Траектории движения частиц в центре конвективной ячейке представляют собой ещё более вытянутый эллипс, то есть происходит возрастание эксцентриситета  $\varepsilon$ .

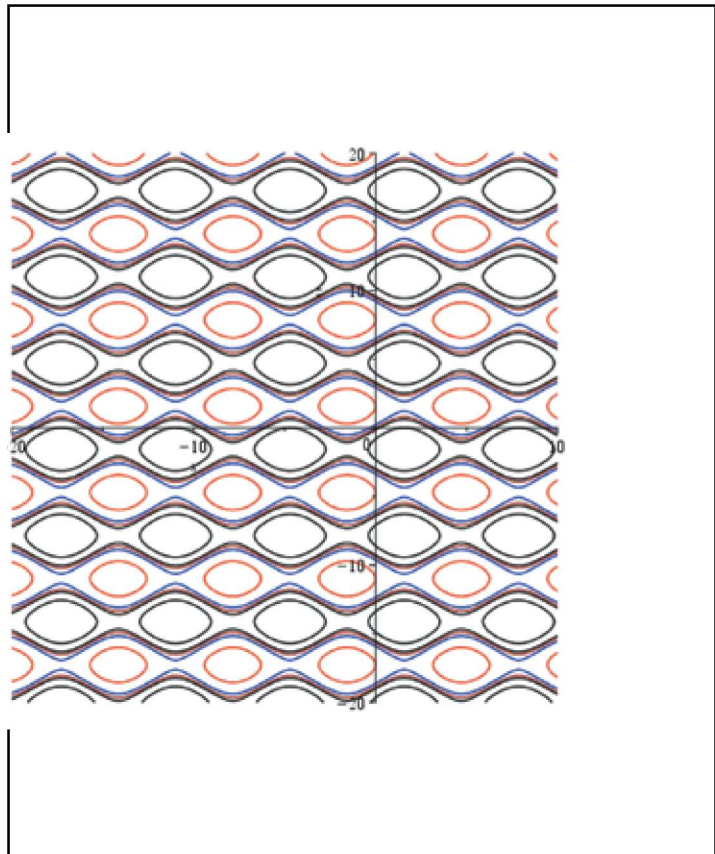
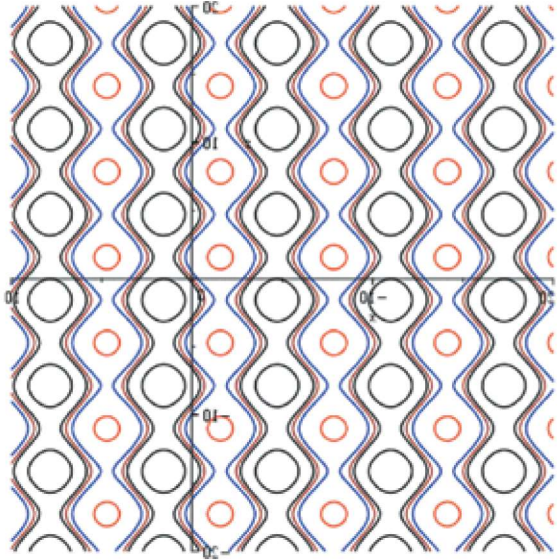


Рис. 3.

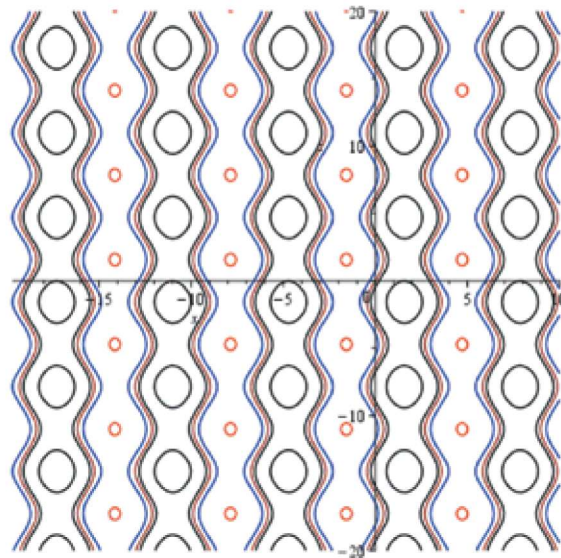
Поле траекторий частиц при  $C_2 < 1$   
(в данном случае  $C_2 = 0,85$ ).

Fig. 3. The field of particle trajectories at  $C_2 < 1$   
(in this case  $C_2 = 0,85$ ).

(a)



(б)

Рис. 4 (а, б). Поле траекторий частиц при  $C_2 > 1$ :а)  $C_2 = 1,25$ ; б)  $C_2 = 1,5$ .Fig. 4 (a, b). The field of particle trajectories at  $C_2 > 1$ :а)  $C_2 = 1,25$ ; б)  $C_2 = 1,5$ .

Рассмотрим теперь  $C_2 > 1$ , например, возьмем 1,25 (рис. 4, а) и 1,5 (рис. 4, б). Теперь же происходит вытягивание ячеек вдоль оси  $OZ$ . Также происходит смазывание границ между ячейками, и коричневая линия становится ломаной кривой. Образуется множество вертикальных уровней, разделённых этими линиями. Траектории движения частиц в центре конвективной ячейке также претерпевают изменения: сначала происходит уменьшение эксцентриситета  $\epsilon$ , то есть при  $C_2 = 1,25$  траектории близки к круговым, при дальнейшем возрастании  $C_2$  (например,  $C_2 = 1,5$ ) получаются эллипсы, вытянутые уже вдоль оси  $OZ$ .

Также стоит заметить, что при некоторых значениях  $C_3 < C^*$  (не только при  $C_3 = 0$ ) траектории частиц перестают быть замкнутыми, что наблюдается при наложении двух волн с разными амплитудами.

Тем не менее, были получены условия, накладывающие ограничение на поле траектории частиц, включающие как конвективные, так и свободные движения.

Для простоты, полученное уравнение траекторий можно записать в виде:

$$C_3 = -\sin(x) + A \sin(z).$$

Когда  $A = 1$  (первый случай) и  $C_3 = 0$ , то получаем выражение:

$$\sin(z) = \sin(x)$$

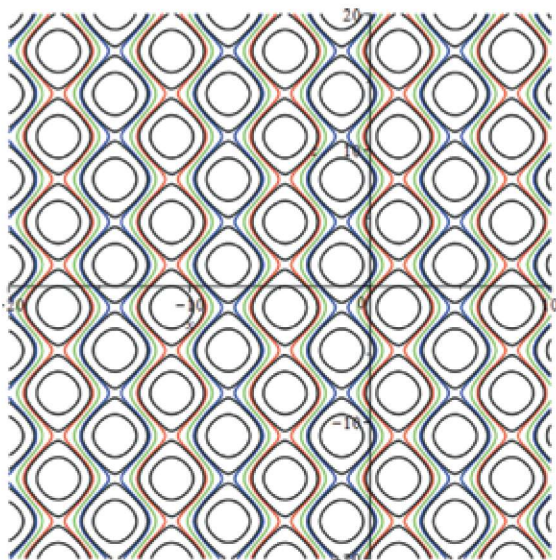
$$x = z + n\pi$$

Для других значений  $C_3$ :

$$\sin(x) = \sin(z) - C_3$$

В случае, когда  $A$  не равна 1, можно записать:





**Рис. 5.** Поле траекторий частиц при  $C_2 > 1$   
(в данном случае  $C_2 = 0,85$ ).  
Fig. 5. The field of particle trajectories at  $C_2 > 1$   
(in this case  $C_2 = 0,85$ ).



$$C_3 = -\sin(x) + A\sin(z)$$

То есть, имеются ограничения  $-1 - A$  до  $1 + A$ .

При  $C_3$ , близких к нулю, получаем волнообразное незамкнутое движение частиц. Однако при некотором значении  $C_3 = C^*$  траектории начинают смыкаться. При большем отклонении  $C_3$  от нулевого значения образуются конвективные ячейки.

Из рисунка 5 видно, что при  $C_3 = \pm 0,3$  (красная линия) получаемый вид траектории соответствует незамкнутой линии, а при  $C_3 = \pm 0,4$  наблюдается уже замкнутая криволинейная траектория, описывающая, по-видимому, конвективное движение.

При этом, при возрастании разницы амплитудных значений (при изменении параметра  $A$  или  $C_2$ ) между двумя волнами возрастает числовое значение параметра, определяющего условие перехода к замкнутым траекториям  $C^*$  и уменьшается доля замкнутых ячеек (параметры из рисунка 4 – 0,35 и 0,65 для  $C^*$ ).

Особенности конвективных ячеек при  $C_2 \neq 1$  (при этом сохраняя неизменными значения плотности  $\rho$  и коэффициента  $A$ , равных 1) объясняются тем, что квадрат этого коэффициента входит в знаменатель амплитуды второй волны  $y_2$  (19), то есть  $C_2$  влияет на амплитуду волны по оси  $OZ$ . Из выражения (20), характеризующего наложение двух волн, следует, что при  $C_2 < 1$  происходит вытягивание по оси  $OX$ , и наоборот, при  $C_2 > 1$  происходит вытягивание по оси  $OZ$ .

Таким образом, был проведён численный анализ условий и видов движения воздушной частицы в поле возмущений давления, траектории которых выражаются через разность двух тригонометрических функций. Была проведена физическая аналогия с наложением двух волн, фазы которых зависят от положения в рассматриваемой плоскости  $OXZ$ . Рассмотрены формы, размеры и особенности траекторий частиц, находящиеся в конвективных ячейках и задаваемые ограниченным множеством целых чисел коэффициента  $C_3$ . Также показано влияние значений амплитуды накладываемых друг на друга волн; у первой волны значение амплитуды было фиксированное, у второй была обратная зависимость с коэффи-

циентом  $C_2$ . Было замечено, что чем больше разница между амплитудами волн  $y_1$  и  $y_2$ , тем более размытыми получаются границы конвективных ячеек.

### **Выводы**

В данной работе с помощью математического пакета Maple 2021 получено общее решение задачи определения функции тока, описывающей движение воздушной частицы при возникновении возмущения давления в атмосфере, а также составляющих скорости движения в вертикальной плоскости. Проведен численный анализ полученных решений, характеризующих процессы переноса в среде. Функция возмущения давления задавалась в виде произведения гармонических функций, каждая из которых зависит от одной пространственной переменной.

Получены в общем виде выражения для уравнения траекторий воздушных частиц. При заданных значениях постоянных интегрирования были графически представлены виды полученных зависимостей. Анализ графиков показывает, что при определенных условиях, связанных с некоторыми критическими значениями постоянных интегрирования, наблюдаются замкнутые криволинейные траектории движения. Отклонения от указанных значений данных постоянных в сторону больших или меньших значений приводит либо к не замкнутости траектории, либо к изменению формы и размера замкнутой ячейки.

Также показано, что при различных значениях постоянной, отвечающей за возмущение давления по вертикальному направлению, происходит вытягивание замкнутой ячейки либо по вертикальному, либо по горизонтальному направлению.

Полученное, таким образом, в общем виде решение задачи конвекции сухого воздуха позволяет, по-видимому, на качественном уровне провести описание процесса конвекции воздушной частицы в атмосфере при различных значениях постоянных, а также провести исследование и прогнозирование динамики исследуемых процессов.

### Библиографический список

1. Аристов С.Н., Просвиряков Е.Ю. О слоистых течениях плоской свободной конвекции: Научная статья. Ижевск: Нелинейная динамика, 2013, Т. 9. №4. С. 651–657.
2. Биркгоф Г. Гидродинамика. М.: Издательство иностранной литературы, 2011. 244 с.
3. Гидравлика: учебник и практикум для академического бакалавриата / В.А. Кудинов, Э.М. Карташов, А.Г. Коваленко, И. В. Кудинов; под редакцией В. А. Кудинова. 4-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2014. 386 с. (Бакалавр. Академический курс). Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. URL: <https://urait.ru/bcode/381465>.
4. Голоскоков Д.П. Практический курс математической физики в системе Maple: учебное пособие для вузов. СПб.: ПаркКом, 2010. 643 с.
5. Закинян Р.Г. Уравнения тепловой конвекции в состоянии статики атмосферы / Р. Г. Закинян, К. С. Аванесян. Текст: непосредственный // Молодой ученый. 2015. № 4 (84). С. 26-30. URL: <https://moluch.ru/archive/84/15583/> (дата обращения: 20.08.2021).
6. Сухов С.А., Закинян Р.Г. Двумерная конвекция Рэлея-Хэдли // Межвузовский сборник научно-практических трудов ученых ведущих вузов Ставропольского края. г Ставрополь: Изд-во «Мир данных», 2011 г С. 44–49.
7. Рыжков Р.Д., Аванесян К.С., Смирнова Л.Н., Закинян Р.Г. Двумерная модель конвекции сухого воздуха // Наука. Инновации. Технологии. 2019. Вып. 1. С. 107–120.
8. Алексеев В.В., Гусев А.М. Свободная конвекция в геофизических процессах // Успехи физических наук. 1983. Т. 141. Вып. 2. С. 311–342.
9. Журавлев В.М. Нелинейные волны в многокомпонентных системах с дисперсией и диффузией. Точно решаемые модели. Ульяновск: УлГУ, 2001. 200 с.
10. Zakinyan R.G. & Zakinyan A.R., Lukinov A.A. Two-dimensional analytical model of dry air thermal convection. Meteorol. Atmos. Phys. 2015. P. 127, 451-455.

### References

1. Aristov S. N., Prosviryakov E. Yu. On layered flows of plane free convection: A scientific article // Izhevsk: Nonlinear Dynamics, 2013. Vol. 9. № 4. P. 651– 657.

2. Birkhof G. Hydrodynamics. Moscow: Publishing House of foreign literature, 2011. 244 p.
3. Hydraulics: textbook and practical course for academic bachelor's degree / V. A. Kudinov, E. M. Kartashov, A. G. Kovalenko, I. V. Kudinov; edited by V. A.
4. Goloskokov D. P. Practical course of mathematical physics in the Maple system: a textbook for universities. – St. Petersburg: ParkCom LLC, 2010 – 643 p.
5. Zakinyan, R. G. Equations of thermal convection in the state of atmospheric statics / R. G. Zakinyan, K. S. Avanesyan. – Text: direct // Young scientist. – 2015. – № 4 (84). – P. 26-30. – URL: <https://moluch.ru/archive/84/15583/> (accessed: 20.08.2021).
6. Sukhov S. A., Zakinyan R. G. Two-dimensional Rayleigh – Hadley convection // Interuniversity collection of scientific and practical works of scientists of leading universities of the Stavropol Territory. Stavropol: Publishing house of LLC "World of Data", 2011. P. 44–49.
7. Ryzhkov R.D., Avanesyan K.S., Smirnova L.N., Zakinyan R.G. To the two-dimensional model of heat convection of dry air in the atmosphere // Science. Innovations. Technologies. 2019, №1, P. 107-120.
8. Alekseev, V.V., Gusev A.M. Free convection in geophysical processes // Sov. Phys. Usp., 1983. Vol. 141. №2. P. 311-342.
9. Zhuravlev V.M. Nonlinear waves in multicomponent systems with dispersion and diffusion. Exactly solvable models. Ulyanovsk: UISU, 2001. 200 p.
10. Zakinyan R.G. Zakinyan A.R., Lukinov A.A. Two-dimensional analytical model of dry air thermal convection. Meteorol.Atmos.Phys. 2015. P. 127, 451–455.

**Поступило в редакцию 20.09.2021,  
принята к публикации 22.11.2021**

**Об авторах**

**Смерек** Юлия Леонтьевна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теоретической и математической физики физико-технического факультета Северо-Кавказского федерального университета.  
Телефон (8652)330660  
E-mail: smerek@mail.ru

**Закинян** Роберт Гургенович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и математической физики физико-технического факультета Северо-Кавказского федерального университета.  
Телефон (8652)330660  
E-mail: zakinyan@mail.ru

**Афанасьев** Игорь Сергеевич – студент направления 03.04.02 Физика, физико-технического факультета Северо-Кавказского федерального университета.  
Телефон 8-906-469-86-97  
E-mail: afanasevigor278@gmail.com.

**Крупкин** Александр Александрович – кандидат физико-математических наук, учитель информатики и физики, МБОУ СОШ № 43 имени героя РФ В.Д. Нужного, г. Ставрополь, Россия  
Телефон 8-963-382-40-87  
E-mail: screamstv@mail.ru

**About authors**

**Smerek** Julia Leontievna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Theoretical and Mathematical Physics of the Faculty of Physics and Technology of the North Caucasus Federal University.  
Phone (8652)330660.  
E-mail: smerek@mail.ru

**Zakinyan** Robert Gurgenovitch – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Theoretical and Mathematical Physics of the Faculty of Physics and Technology of the North Caucasus Federal University.  
Phone (8652)330660.  
E-mail: zakinyan@mail.ru.

- Afanasyev** Igor Sergeevich – student of the direction 03.04.02 Physics, Faculty of Physics and Technology of the North Caucasus Federal University.  
Phone 8-906-469-86-97.  
E-mail: afanasevigor278@gmail.com.
- Krupkin** Alexander Alexandrovich – PhD in Physics and Mathematics  
Computer science and physics teacher Municipal budgetary educational institution school № 43 named Hero of RF V.D. Nuzhniy, Stavropol, Russia  
Phone 8-963-382-40-87.  
E-mail: screamstv@mail.ru.